का

4.4 संयुक्त विद्युत तथा चुंबकीय क्षेत्रों में गति

4.4.1 वेग वरणकर्ता (Velocity Selector)

आप जानते हैं कि विद्युत तथा चुंबकीय दोनों क्षेत्रों की उपस्थिति में $\mathbf{v}$ वेग से गतिमान q आवेश के कण पर समीकरण (4.3) के अनुसार एक बल कार्य करता है जिसे इस प्रकार व्यक्त करते हैं:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \upsilon \times \mathbf{B}) = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B$$

हम यहाँ चित्र 4.7 में दर्शाए अनुसार एक सरल स्थिति पर विचार करेंगे जिसमें विद्युत क्षेत्र तथा चुंबकीय क्षेत्र एक दूसरे के लंबवत हैं तथा कण का वेग इन दोनों क्षेत्रों के लंबवत है। तब

$$\mathbf{E} = E\hat{\mathbf{j}},\ \mathbf{B} = B\hat{\mathbf{k}},\ \mathbf{v} = \upsilon\hat{\mathbf{i}}$$

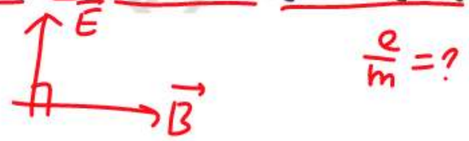
$$\mathbf{F}_E = q\mathbf{E} = qE\hat{\mathbf{j}},\ \mathbf{F}_B = q\mathbf{v} \times \mathbf{B},\ = q\left(\upsilon\hat{\mathbf{i}} \times B\hat{\mathbf{k}}\right) = -q\upsilon B\hat{\mathbf{j}}$$

अत: $\mathbf{F} = q(E - \upsilon B)\hat{\mathbf{j}}$

इस प्रकार चित्र में दर्शाए अनुसार विद्युत बल तथा चुंबकीय बल एक दूसरे के विपरीत दिशा में हैं। मान लीजिए हम $\mathbf{E}$ तथा $\mathbf{B}$ के मानों को इस प्रकार समायोजित करते हैं कि इन बलों के परिमाण समान हो जाएँ तो आवेश पर कुल बल शून्य हो जाएगा तथा आवेश इन क्षेत्रों में बिना विक्षेपित हुए गमन करेगा। यह तब होगा जब

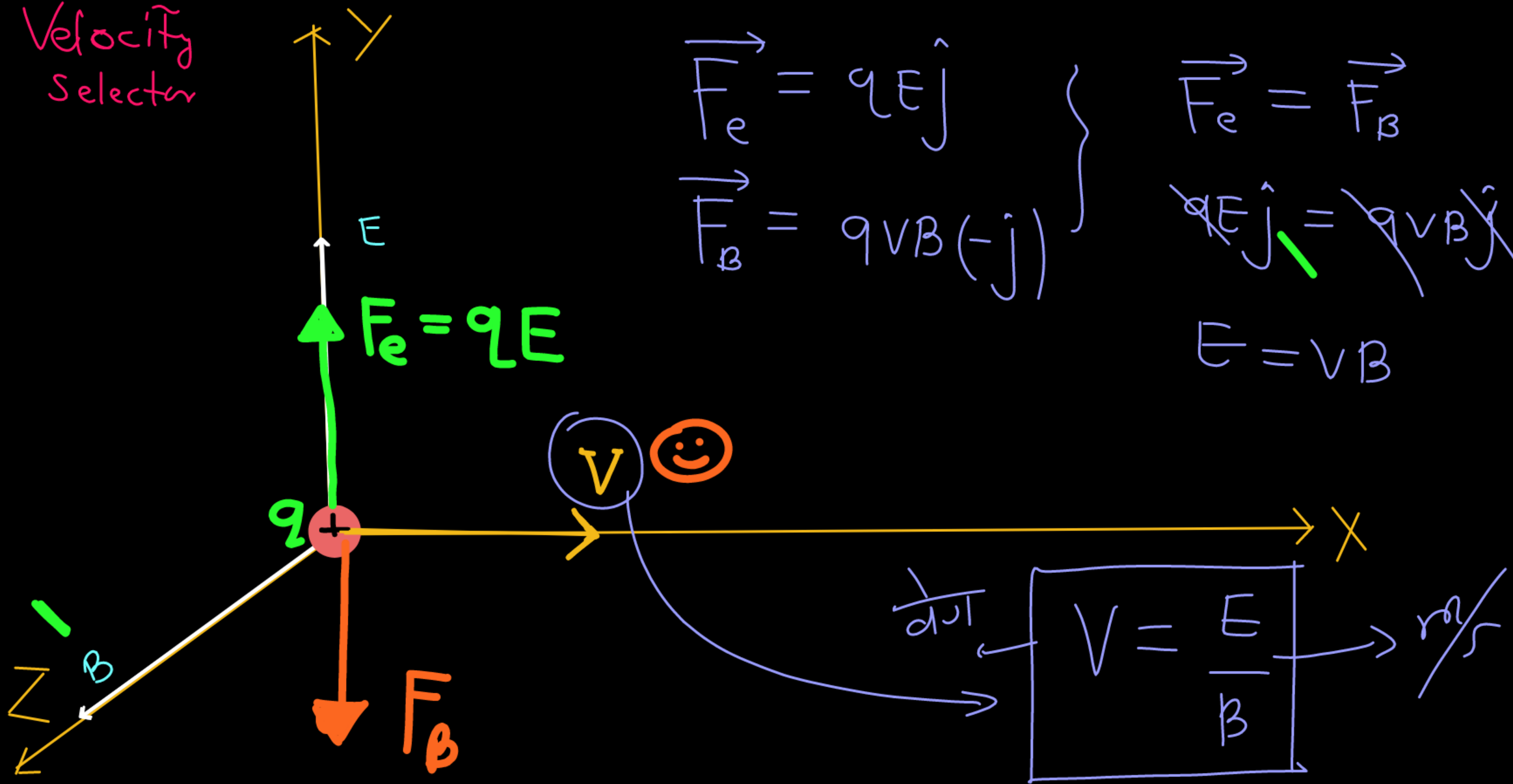
$$qE = q\upsilon B \quad \text{अथवा} \quad \upsilon = \frac{E}{B} \tag{4.7}$$

इस शर्त का उपयोग विभिन्न गति से गतिमान आवेशों (चाहे उनके आवेश तथा द्रव्यमान कुछ भी हों) के पुंज से किसी विशेष वेग के आवेशित कणों को चुनने में किया जाता है। अत: क्रॉसित चुंबकीय व विद्युत क्षेत्र *वेग वरणकर्ता* के समान कार्य करते हैं। केवल E/B की चाल वाले कण ही इस क्रॉसित क्षेत्रों वाले स्थान से बिना विक्षेपित हुए गुज़रते हैं। इस विधि का उपयोग सन 1897 में जे. जे. थामसन ने इलेक्ट्रॉन का आवेश-द्रव्यमान अनुपात (e/m) मापने में किया था। इस सिद्धांत का उपयोग द्रव्यमान स्पेक्ट्रोमीटर में भी किया जाता है। यह ऐसी युक्ति है जो आवेशित कणों को, प्राय: आयनों, उनके आवेश-द्रव्यमान अनुपात के अनुसार पृथक करती है।



$\frac{e}{m} = ?$

Velocity Selector



$$\vec{F_e} = qE\hat{j}$$

$$\vec{F_B} = qVB(-\hat{j})$$

$$\vec{F_e} = \vec{F_B}$$

$$qE\hat{j} = qVB\hat{j}$$

$$E = VB$$

वेग

$$V = \frac{E}{B}$$

m/s

4.4.2 साइक्लोट्रॉन

CYCLOTRON

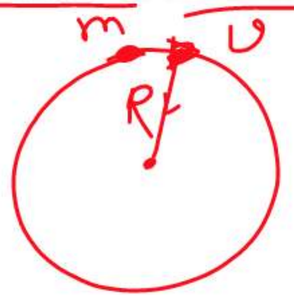
साइक्लोट्रॉन आवेशित कणों अथवा आयनों का उच्च ऊर्जाओं तक त्वरित करने वाला यंत्र है। इसका आविष्कर नाभिकीय संरचना के अन्वेषण के लिए सन् 1934 में ई.ओ. लोरेंज़ तथा एम. एस. लिविंग्स्टॉन ने किया था। आवेशित कणों की ऊर्जा में वृद्धि करने के लिए साइक्लोट्रॉन में संयुक्त रूप में विद्युत क्षेत्र तथा चुंबकीय क्षेत्र दोनों का उपयोग किया जाता है। चूँकि ये दोनों क्षेत्र एक दूसरे के लंबवत लगाए जाते हैं, इन्हें *क्रॉसित क्षेत्र* कहते हैं। साइक्लोट्रॉन में इस तथ्य का उपयोग किया जाता है कि "चुंबकीय क्षेत्र में परिक्रमण करने वाले आवेशित कणों की परिक्रमण की आवृत्ति कण की ऊर्जा पर निर्भर नहीं करती।" कण अधिकांश समय तक दो अर्धवृत्ताकार चक्रिका जैसे धातु के पात्रों, D_1 तथा D_2 के बीच गति करते हैं। इन धातु के पात्रों को 'डीज' *(Dees)* कहते हैं क्योंकि ये अंग्रेज़ी के वर्णमाला के अक्षर 'D' जैसे दिखाई देते हैं। चित्र 4.8 में साइक्लोट्रॉन का व्यवस्था आरेख दर्शाया गया है। धातु के बॉक्सों के भीतर कण परिरक्षित रहते हैं तथा इन पर विद्युत क्षेत्र कार्य नहीं करता। तथापि कण पर चुंबकीय क्षेत्र कार्य करता है जिसके कारण वह एक 'डी' के अंदर वर्तुल गति करता है। प्रत्येक बार जब कण एक 'डी' से दूसरी 'डी' में जाता है तो हर बार उस पर विद्युत क्षेत्र कार्य करता है। प्रत्यावर्ती रूप से विद्युत क्षेत्र का चिह्न परिवर्तित होता रहता है तथा इसका कण की वर्तुल गति के साथ सामंजस्य होता है। इससे यह सुनिश्चित होता है कि कण सदैव विद्युत क्षेत्र द्वारा त्वारित होता है। हर बार त्वरण से कण की ऊर्जा में वृद्धि होती है। जैसे-जैसे ऊर्जा

Energy R ↑

में वृद्धि होती जाती है उसके वृत्ताकार पथ की त्रिज्या में भी वृद्धि होती है। अत: कण का पथ सर्पिलाकार होता है।

इस सारे संयोजन को निर्वातित किया जाता है ताकि आयनों तथा वायु के अणुओं के बीच संघट्ट न्यूनतम हो जाए। डीज़ पर एक उच्च प्रत्यावर्ती वोल्टता अनुप्रयुक्त की जाती है। चित्र 4.8 में दर्शाए गए आरेख में धनायन अथवा धनावेशित कण (कण प्रोटॉन) केंद्र P पर मुक्त किए जाते हैं। ये किसी एक 'डी' में अर्धवृत्ताकर पथ पर गमन करते हुए $T/2$ समय अंतराल में डीज़ के बीच के रिक्त स्थान में आते हैं। यहाँ T परिक्रमण काल है जिसका मान समीकरण (4.6) के अनुसार

$$T = \frac{1}{\nu_c} = \frac{2\pi m}{qB}$$



$F_B = F_c$

$qvB = \frac{mv^2}{R}$

$R = \frac{mv}{qB}$

$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{v} \times \frac{mv}{qB}$

$T = \frac{2\pi m}{qB}$ (4.8)

$f = \frac{1}{T}$

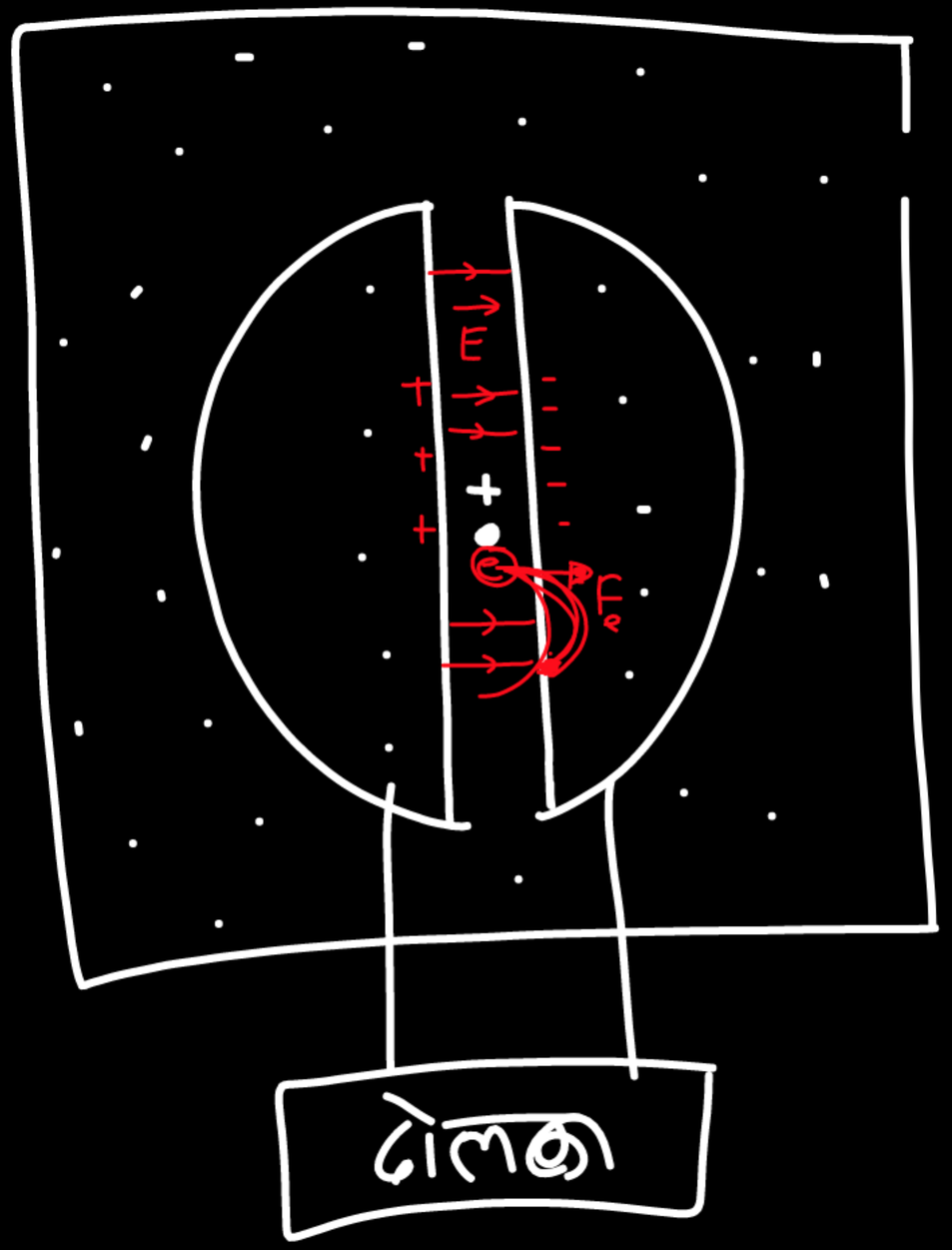
$f = \frac{qB}{2\pi m}$

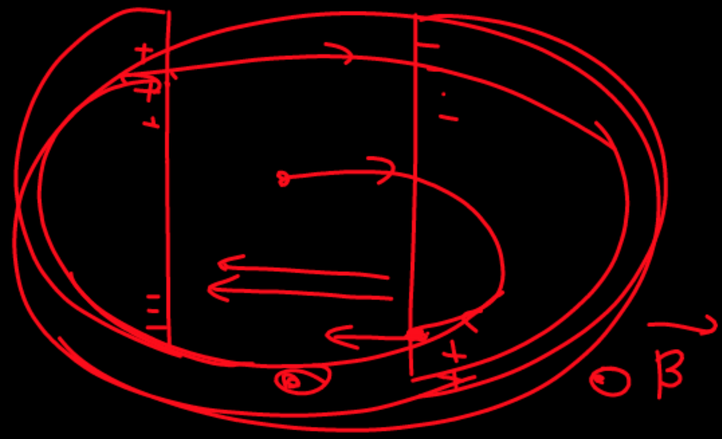
f

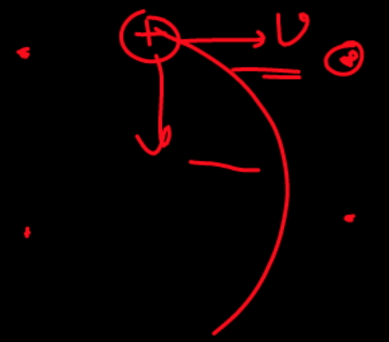
अथवा $\nu_c = \frac{qB}{2\pi m}$

ν_c या f

प्रत्यक्ष तर्कों के आधार पर इस आवृत्ति को *साइक्लोट्रॉन आवृत्ति* कहते हैं तथा इसे ν_c द्वारा निर्दिष्ट किया जाता है।


E
F_e
दोलक


B


v
l

निर्दिष्ट किया जाता है।

साइक्लोट्रॉन में अनुप्रयुक्त वोल्टता की आवृत्ति (ν_a) को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि जितने समय में आयन अपना आधा परिक्रमण पूरा करता है उतने ही समय में डीज़ की ध्रुवता परिवर्तित हो जाती है। इसके लिए आवश्यक शर्त $\nu_a = \nu_c$ को *अनुनाद की शर्त* कहते हैं। स्रोत का कला का समायोजन इस प्रकार किया जाता है कि जब धनायन D_1 के छोर पर पहुँचता है तो उस समय D_2 निम्न विभव पर होता है तथा आयन इस रिक्त स्थान में त्वरित होते हैं। डीज़ के भीतर कण ऐसे क्षेत्र में गमन करते हैं जहाँ विद्युत क्षेत्र नहीं होता। हर बार कण एक डी से दूसरी डी पर जाने में कण की ऊर्जा में qV की वृद्धि होती है (यहाँ V डीज़ के बीच उस समय की वोल्टता है।) समीकरण (4.5) से यह स्पष्ट है कि कणों के पथों की त्रिज्या में हर बार, गतिज ऊर्जाओं में वृद्धि होने के कारण वृद्धि होती जाती है। आयन डीज़ के बीच बारंबार उस समय तक त्वरित होते रहते हैं जब तक कि वे लगभग डीज़ के बराबर त्रिज्या पाने के लिए आवश्यक ऊर्जा प्राप्त नहीं कर लेते। उस समय फिर से चुंबकीय क्षेत्र द्वारा विक्षेपित होकर निर्गम झिरी द्वारा निकाय से बाहर निकल जाते हैं। समीकरण (4.5) से, हमें प्राप्त होता है–

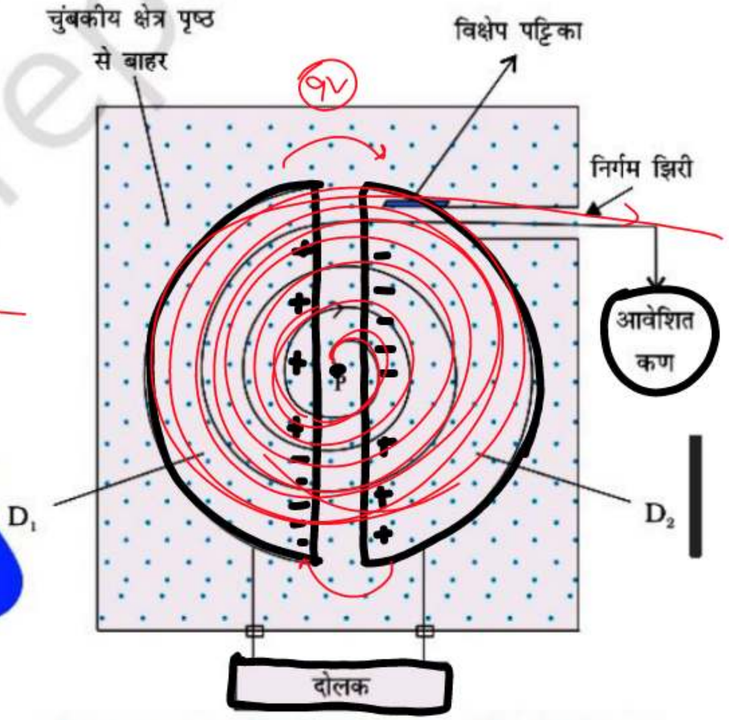
$$v = \frac{qBR}{m} \qquad (4.9)$$

यहाँ R निर्गम पर प्रक्षेप की त्रिज्या है तथा यह डीज़ की त्रिज्या के बराबर है।

आयनों की गतिज ऊर्जा

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \qquad (4.10)$$

साइक्लोट्रॉन का प्रचालन इस तथ्य पर आधारित है कि किसी आयन के एक परिक्रमण का समय आयन की चाल अथवा कक्षा की त्रिज्या पर निर्भर नहीं है। साइक्लोट्रॉन का उपयोग इसमें त्वरित ऊर्जायुक्त कणों द्वारा नाभिक पर बमबारी करके परिणामी नाभिकीय अभिक्रियाओं का अध्ययन करने के लिए किया जाता है। इसका उपयोग ठोसों में आयनों को रोपित करके उनके गुणों में सुधार करने और यहाँ तक कि नए पदार्थों को संश्लेषित करने में भी किया जाता



चित्र 4.8 साइक्लोट्रॉन का व्यवस्था आरेख। बिंदु P पर आवेशित कणों अथवा आयनों का स्रोत है। ये आवेशित कण या आयन एकसमान लंबवत चुंबकीय क्षेत्र B के कारण D_1 तथा D_2 डीज़ के भीतर-वृत्ताकार पथ पर गमन करते हैं। एक प्रत्यावर्ती वोल्टता स्रोत इन आवेशित कणों को उच्च चालों तक त्वरित करता है। अंततः आवेशित कण बाहरी द्वार से निकाल दिए जाते हैं।

साइक्लोट्रॉन में अनुप्रयुक्त वोल्टता की आवृत्ति ν_a को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि जितने समय में आयन अपना आधा परिक्रमण पूरा करता है उतने ही समय में डीज़ की ध्रुवता परिवर्तित हो जाती है। इसके लिए आवश्यक शर्त $\nu_a = \nu_c$ को *अनुनाद की शर्त* कहते हैं। स्रोत का कला का समायोजन इस प्रकार किया जाता है कि जब धनायन D_1 के छोर पर पहुँचता है तो उस समय D_2 निम्न विभव पर होता है तथा आयन इस रिक्त स्थान में त्वरित होते हैं। डीज़ के भीतर कण ऐसे क्षेत्र में गमन करते हैं जहाँ विद्युत क्षेत्र नहीं होता। हर बार कण एक डी से दूसरी डी पर जाने में कण की ऊर्जा में qV की वृद्धि होती है (यहाँ V डीज़ के बीच उस समय की वोल्टता है।) समीकरण (4.5) से यह स्पष्ट है कि कणों के पथों की त्रिज्या में हर बार, गतिज ऊर्जाओं में वृद्धि होने के कारण वृद्धि होती जाती है। आयन डीज़ के बीच बारंबार उस समय तक त्वरित होते रहते हैं जब तक कि वे लगभग डीज़ के बराबर त्रिज्या पाने के लिए आवश्यक ऊर्जा प्राप्त नहीं कर लेते। उस समय फिर से चुंबकीय क्षेत्र द्वारा विक्षेपित होकर निर्गम झिरी द्वारा निकाय से बाहर निकल जाते हैं। समीकरण (4.5) से, हमें प्राप्त होता है–

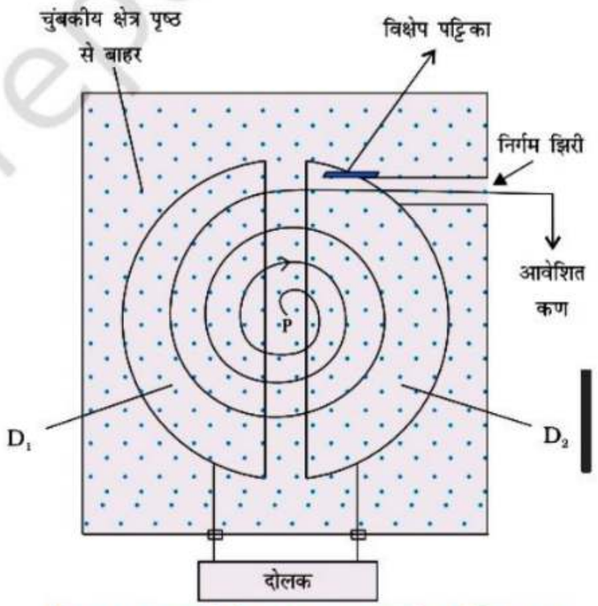
$$v = \frac{qBR}{m} \qquad (4.9)$$

यहाँ R निर्गम पर प्रक्षेप की त्रिज्या है तथा यह डीज़ की त्रिज्या के बराबर है।

अत: आयनों की गतिज ऊर्जा

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2B^2R^2}{2m} \qquad (4.10)$$

साइक्लोट्रॉन का प्रचालन इस तथ्य पर आधारित है कि किसी आयन के एक परिक्रमण का समय आयन की चाल अथवा कक्षा की त्रिज्या पर निर्भर नहीं है। साइक्लोट्रॉन का उपयोग इसमें त्वरित ऊर्जायुक्त कणों द्वारा नाभिक पर बमबारी करके परिणामी नाभिकीय अभिक्रियाओं का अध्ययन करने के लिए किया जाता है। इसका उपयोग ठोसों में आयनों को रोपित करके उनके गुणों में सुधार करने और यहाँ तक कि नए पदार्थों को संश्लेषित करने में भी किया जाता



चित्र 4.8 साइक्लोट्रॉन का व्यवस्था आरेख। बिंदु P पर आवेशित कणों अथवा आयनों का स्रोत है। ये आवेशित कण या आयन एकसमान लंबवत चुंबकीय क्षेत्र B के कारण D_1 तथा D_2 डीज़ के भीतर-वृत्ताकार पथ पर गमन करते हैं। एक प्रत्यावर्ती वोल्टता स्रोत इन आवेशित कणों को उच्च चालों तक त्वरित करता है। अंतत: आवेशित कण बाहरी द्वार से निकाल दिए जाते हैं।

है। इसका उपयोग रेडियोएक्टिव पदार्थों को उत्पन्न करने में किया जाता है। इन रेडियोएक्टिव पदार्थों को अस्पतालों में रोगी के निदान तथा उपचार में किया जाता है।

उदाहरण 4.4

उदाहरण 4.4 साइक्लोट्रॉन की दोलित्र आवृत्ति 10 MHz है। प्रोटॉनों को त्वरित करने के लिए प्रचालन चुंबकीय क्षेत्र का मान कितना होना चाहिए। यदि डीज़ की त्रिज्या 60 cm है तो त्वरक द्वारा उत्पन्न प्रोटॉन पुंज की गतिज ऊर्जा MeV में परिकलित कीजिए।

($e = 1.60 \times 10^{-19}$ C, $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg, 1 MeV = 1.6×10^{-13} J).

हल दोलित्र आवृत्ति प्रोटॉन के साइक्लोट्रॉन के बराबर होनी चाहिए।

समीकरणों (4.5) तथा [4.6 (a)] का उपयोग करने पर हमें प्राप्त होता है

$B = 2\pi m\nu/q = 6.3 \times 1.67 \times 10^{-27} \times 10^{7} / (1.6 \times 10^{-19}) = 0.66$ T

प्रोटॉन का अंतिम वेग

$v = r \times 2\pi\nu = 0.6 \text{ m} \times 6.3 \times 10^{7} = 3.78 \times 10^{7}$ m/s.

$E = \frac{1}{2} mv^2 = 1.67 \times 10^{-27} \times 14.3 \times 10^{14} / (2 \times 1.6 \times 10^{-13}) = 7$ MeV