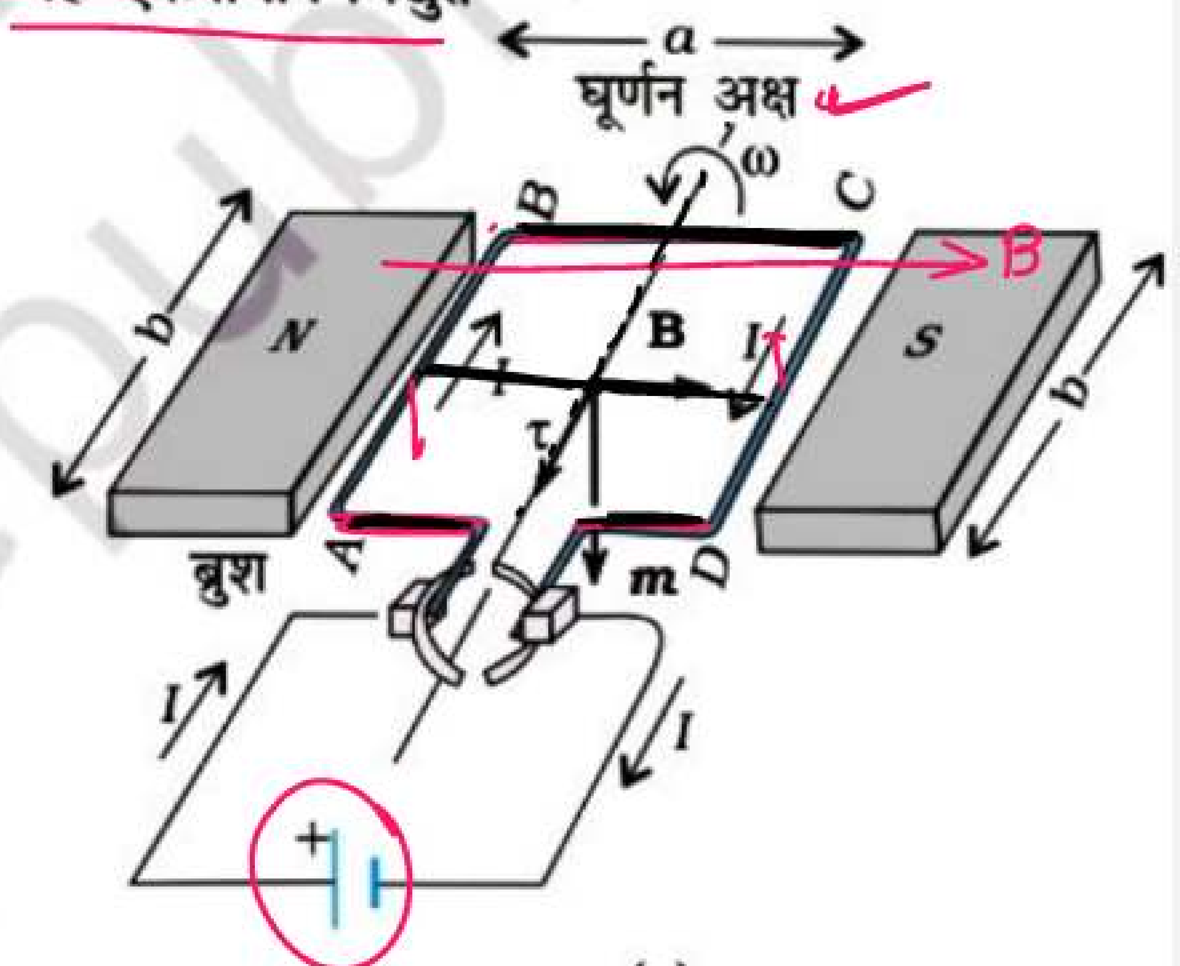
4.10 विद्युत धारा पाश पर बल आघूर्ण, चुंबकीय द्विध्रुव

4.10.1 एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में आयताकार विद्युत धारा पाश पर बल आघूर्ण

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

अब हम आपको यह दिखाएँगे कि एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में स्थित कोई आयताकार पाश जिससे अपरिवर्ती विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है, एक बल आघूर्ण का अनुभव करता है। इस पर कोई नेट बल आरोपित नहीं होता। यह व्यवहार उस द्विध्रुव के व्यवहार के समरूपी है जो यह एकसमान विद्युत क्षेत्र में दर्शाता है (अनुभाग 1.12 देखिए)।

पहले हम उस सरल प्रकरण पर विचार करते हैं जिसमें आयताकार पाश इस प्रकार स्थित है कि एकसमान चुंबकीय क्षेत्र **B** पाश के तल में है। इसे चित्र 4.21 (a) में दर्शाया गया है।



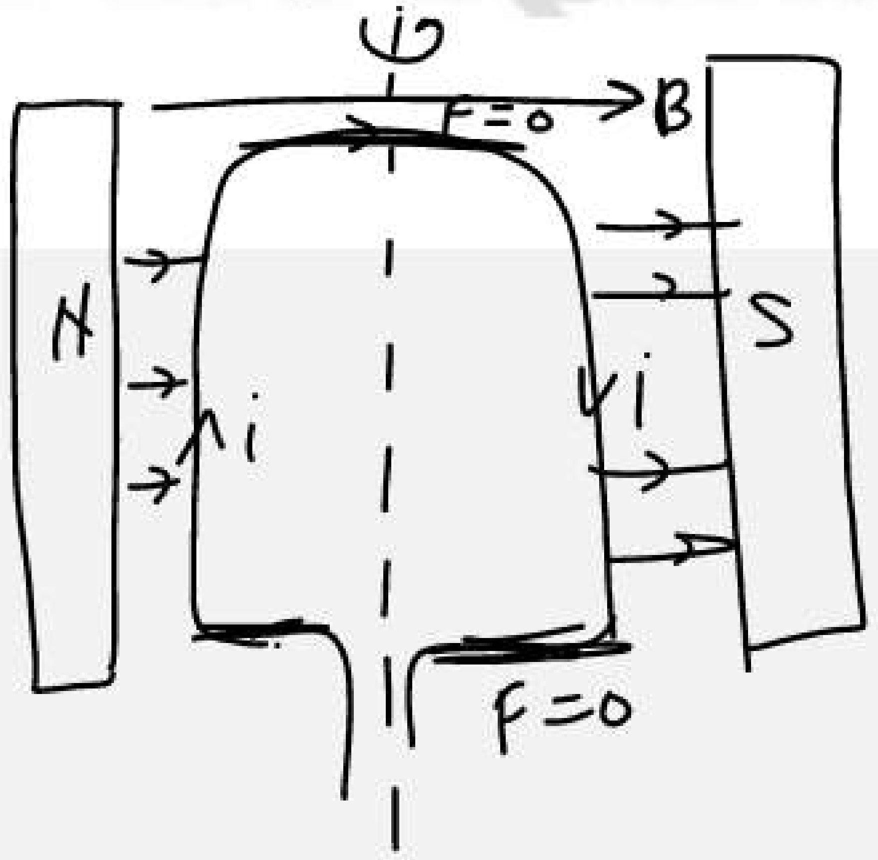
(a)

चुंबकीय क्षेत्र पाश की दो भुजाओं AD तथा BC पर कोई बल आरोपित नहीं करता। यह पाश की भुजा AB के लंबवत है तथा इस पर बल $\mathbf{F}_1$ आरोपित करता है जिसकी दिशा पाश के तल में भीतर की ओर है। इस बल का परिमाण है :

$F = I l B \sin\theta = I b \cdot B \sin 90$

$$\boxed{F_1 = I\,b\,B}$$

इसी प्रकार, चुंबकीय क्षेत्र भुजा CD पर एक बल $\mathbf{F}_2$ आरोपित करता है जो पाश के तल के बाहर की ओर है। इस बल का परिमाण है :



© NCERT not to be republished

$$F_2 = I\,b\,B = F_1$$

इसी प्रकार पाश पर आरोपित नेट बल शून्य है। बलों $\mathbf{F}_1$ तथा $\mathbf{F}_2$ के युगल के कारण पाश पर एक बल आघूर्ण कार्य करता है। चित्र 4.21 (b) में AD सिरे से पाश का एक दृश्य दिखाया गया है। यह स्पष्ट करता है कि यह बल आघूर्ण पाश में वामावर्त घूर्णन की प्रवृत्ति उत्पन्न करता है। इस बल आघूर्ण का परिमाण है :

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ | $|\vec{\tau}| = rF\sin\theta$

(बल आघूर्ण)

$$\tau = F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{a}{2}$$

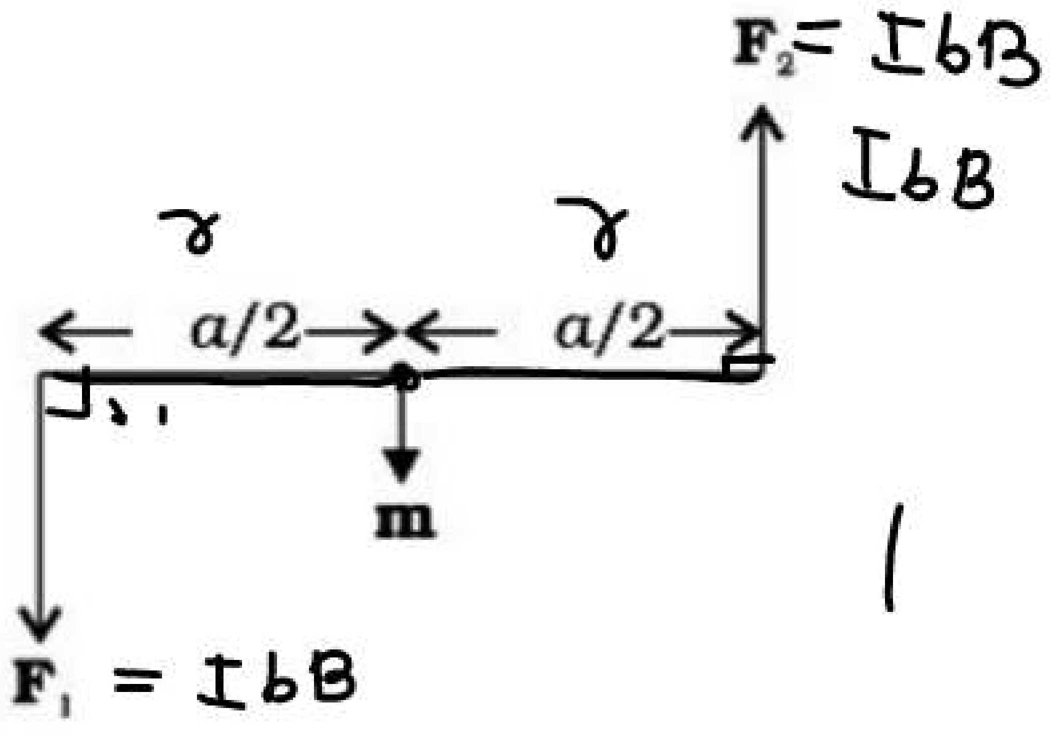
$$= IbB\left(\frac{a}{2}\right) + IbB\left(\frac{a}{2}\right) = I(ab)B = \cancel{2}\,IbB\frac{a}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{\tau = I\,A\,B} \qquad (4.26)$$

A= आयताकार कुंडली का क्षे.

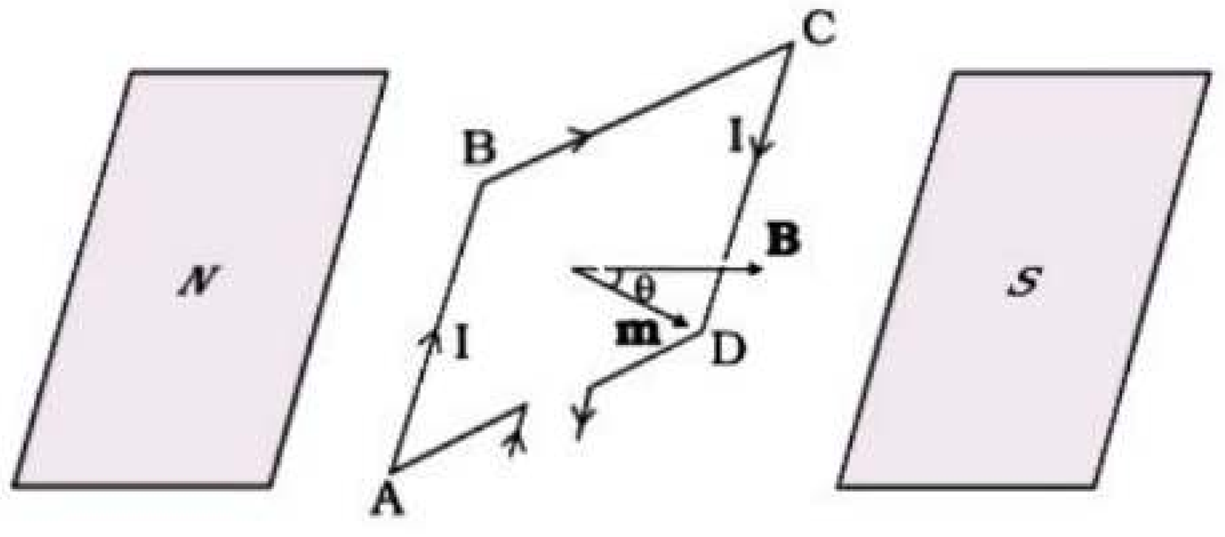
यहाँ $A = ab$ आयत का क्षेत्रफल है।

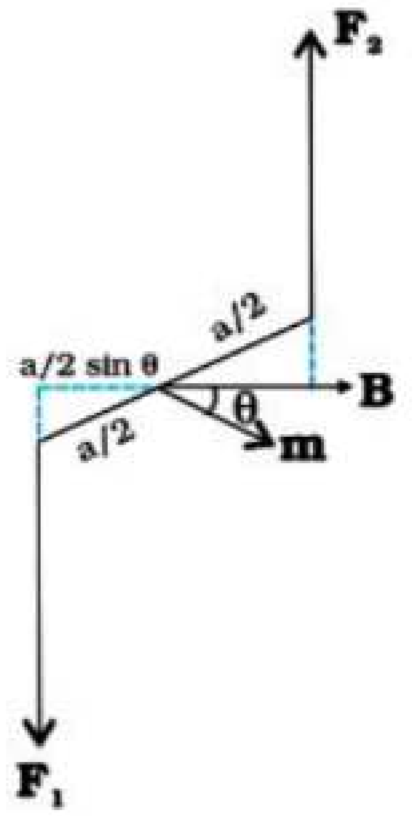
अब हम आगे उस प्रकरण पर विचार करेंगे जिसमें पाश का तल चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश नहीं है, परंतु इनके बीच कोई कोण बनता है। हम चुंबकीय



(b)

चित्र 4.21 (a) एकसमान चुंबकीय क्षेत्र में स्थित कोई विद्युत धारावाही आयताकार कुंडली। चुंबकीय आघूर्ण $\boldsymbol{m}$ अधोमुखी संकेत करता है। बल आघूर्ण $\boldsymbol{\tau}$ अक्ष के अनुदिश है तथा इसकी प्रवृत्ति कुंडली को वामावर्त घूर्णन कराने की है। (b) कुंडली पर बल युग्म कार्य करते हुए।





चित्र 4.22 (a) पाश ABCD का क्षेत्र सदिश चुंबकीय क्षेत्र से कोई यादृच्छिक कोण θ बनाता है। (b) पाश का ऊपरी दृश्य। भुजाओं AB तथा CD पर कार्यरत बल $\mathbf{F_1}$ तथा $\mathbf{F_2}$ दर्शाए गए हैं।

क्षेत्र B तथा कुंडली पर अभिलंब के बीच का कोण θ लेते हैं (पहला प्रकरण $\theta = \pi/2$ के तदनुरूपी है)। चित्र 4.22 में यह व्यापक प्रकरण दर्शाया गया है।

भुजाओं BC तथा DA पर कार्यरत बल परिमाण में समान दिशा में विपरीत तथा कुंडली के अक्ष के अनुदिश कार्य करते हैं। ये बल BC तथा DA के संहति केंद्रों को संयोजित करते हैं। अक्ष के अनुदिश संरेखित होने के कारण ये एक दूसरे को निरस्त करते हैं, परिणामस्वरूप कोई नेट बल अथवा बल आघूर्ण नहीं है। भुजाओं AB तथा CD पर कार्यरत बल $\mathbf{F_1}$ तथा $\mathbf{F_2}$ हैं। ये भी परिमाण सहित समान एवं विपरीत हैं।

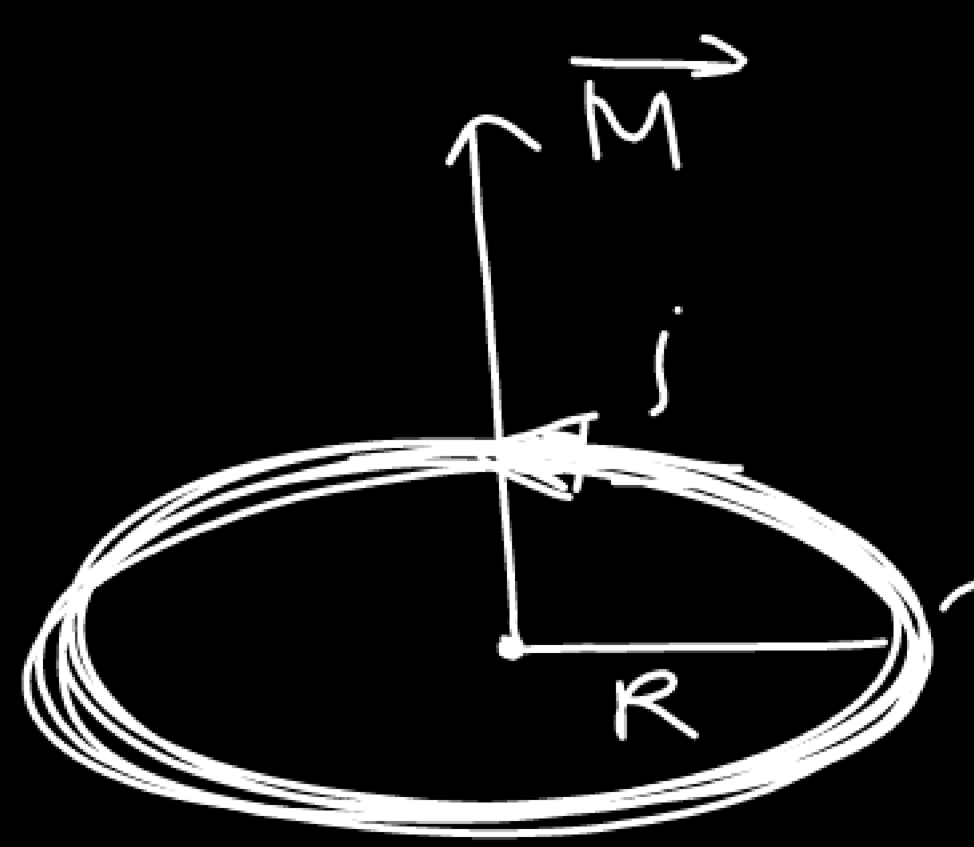
$$F_1 = F_2 = I\,b\,B$$

परंतु ये संरेख नहीं हैं। इसके परिणामस्वरूप पहले की तरह एक बल युग्म उत्पन्न होता है। तथापि, पिछले प्रकरण जिसमें पाश का तल चुंबकीय क्षेत्र के अनुदिश था, की तुलना में बल आघूर्ण का परिमाण अब कम है। इसका कारण यह है कि बलयुग्म बनाने वाले बलों के बीच की लंबवत दूरी कम हो गई है। चित्र 4.22(b) में सिरे AD से इस व्यवस्था का दृश्य दिखाया गया है। इसमें यह दर्शाया गया है कि ये दो बल एक बलयुग्म बनाते हैं। पाश पर बल आघूर्ण का परिमाण है :

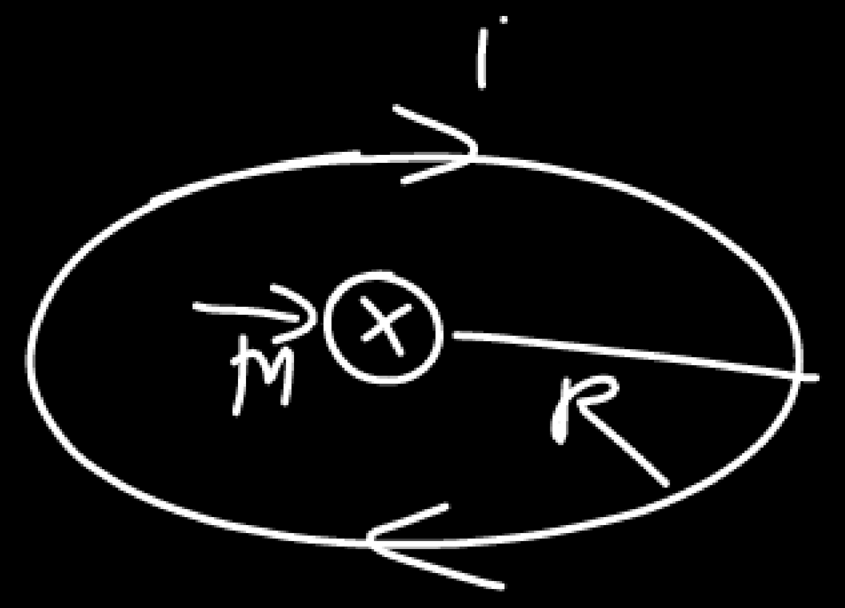
$$\tau = F_1 \frac{a}{2}\sin\theta + F_2 \frac{a}{2}\sin\theta$$

$$= I\,ab\,B\sin\theta$$

$$\boxed{= I\,A\,B\sin\theta} \qquad (4.27)$$



N = फेरों की संख्या



Magnetic moment

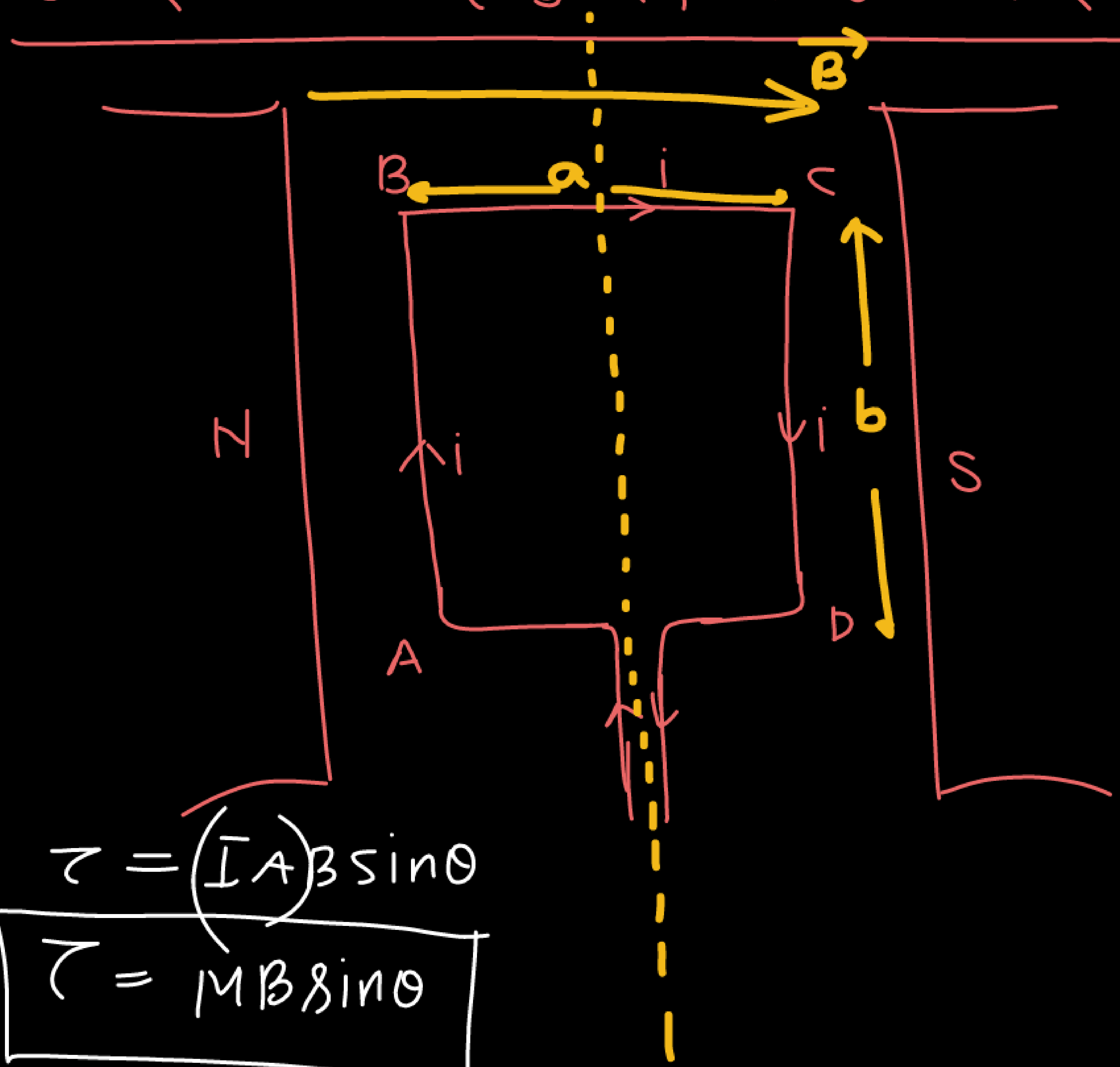
चुम्बकीय आघूर्ण ($\vec{M}$) :→ यह कुण्डली से प्रवाहित विद्युत धारा और उस कुण्डली का क्षेत्रफल सदिश का गुणनफल होता है

$$\boxed{\vec{M} = I\vec{A}}$$

फेरों की संख्या = N

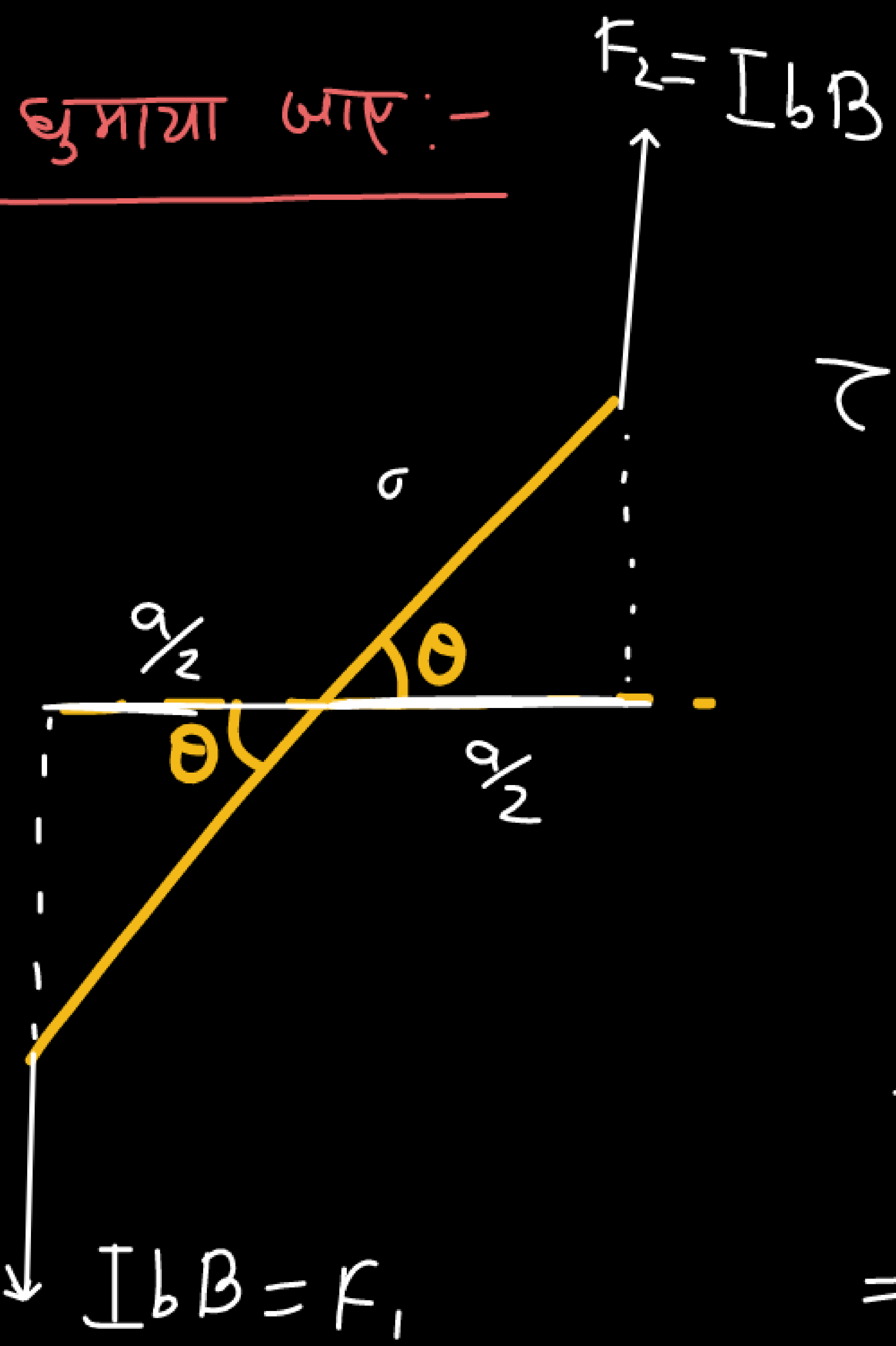
$$\boxed{\vec{M} = NI\vec{A}}$$

अगर आयताकार कुण्डली को 'θ' कोण से घुमाया जाए :-



$\tau = (IA)B\sin\theta$

$$\boxed{\tau = MB\sin\theta}$$



$\tau = r \times F \times \sin\theta$

$= \frac{a}{2} \times F \times \sin\theta + \frac{a}{2} F\sin\theta$

$= \frac{aF}{2}\sin\theta + \frac{aF}{2}\sin\theta$

$= \frac{\cancel{2}aF\sin\theta}{\cancel{2}}$

$= a.IbB.\sin\theta$

$= I(ab)B.\sin\theta$

$= (IA)B\sin\theta$

$\therefore \tau = MBB\sin\theta$

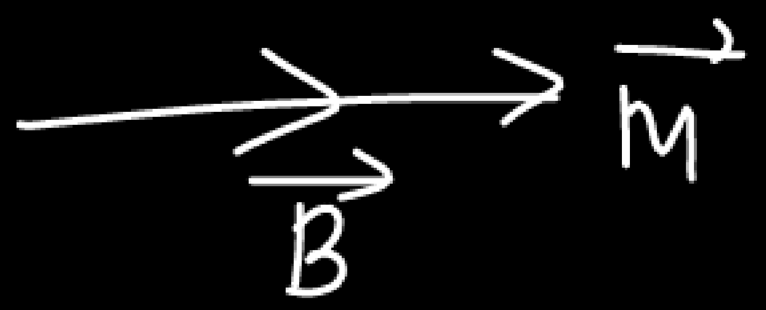
$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B}}$$

Remember

$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta\,\hat{n}$

$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB\sin\theta$

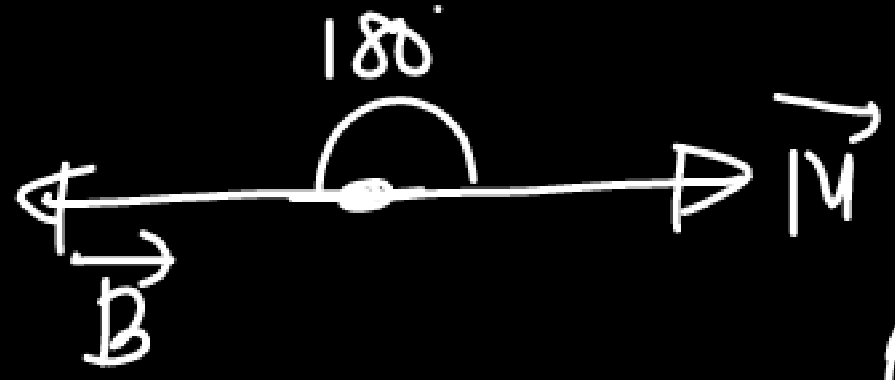
Cases (I) $\theta = 0^\circ$:



$$\boxed{\tau = 0}$$

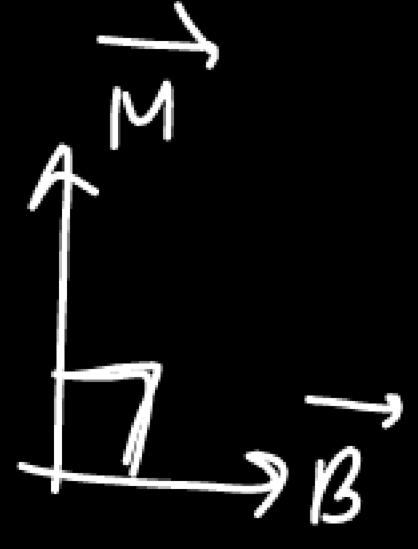
$\theta = \vec{M}$ तथा $\vec{B}$ के बीच का कोण

(II) $\theta = 180^\circ$:



$\tau = 0$

(III) $\theta = 90^\circ$:



$\tau_{max} = MB$

M → चुम्बकीय आघूर्ण → सदिश राशि

- SI unit: $A \cdot m^2$
- विमीय सूत्र ↓ AL^2
- दिशा ↓ क्षेत्रफल सदिश की ओर
- सूत्र: $(M = IA)$

B → चुम्बकीय क्षेत्र

- सदिश
- मात्रक Tesla
- विमीय सूत्र $[MT^{-2}A^{-1}]$

जैसे–जैसे $\theta \to 0$, बलयुग्म के बलों के बीच लंबवत दूरी भी शून्य की ओर बढ़ती है। इससे बल सरेख बन जाते हैं तथा नेट बल तथा बल आघूर्ण शून्य हो जाते हैं। समीकरणों (4.26) तथा (4.27) के बल आघूर्णों को कुंडली के चुंबकीय आघूर्ण तथा चुंबकीय क्षेत्र के सदिश गुणनफल के रूप में व्यक्त कर सकते हैं। विद्युत धारा पाश के *चुंबकीय आघूर्ण* को हम इस प्रकार परिभाषित करते हैं

$$\boxed{\mathbf{m} = I\mathbf{A}} \tag{4.28}$$

यहाँ क्षेत्र सदिश $\mathbf{A}$ की दिशा दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम के अनुसार कागज़ के तल के भीतर की ओर निर्दिष्ट है (चित्र 4.21 देखिए) चूँकि $\mathbf{m}$ तथा $\mathbf{B}$ के बीच का कोण θ है, समीकरणों (4.26) तथा (4.27) को केवल एक व्यंजक द्वारा व्यक्त किया जा सकता है

$$\boxed{\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}} \tag{4.29}$$

यह स्थिरवैद्युतिकी के प्रकरण के सदृश है। [विद्युत क्षेत्र $\mathbf{E}$ में द्विध्रुव आघूर्ण $\mathbf{p}_e$ का वैद्युत द्विध्रुव]

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p}_e \times \mathbf{E}$$

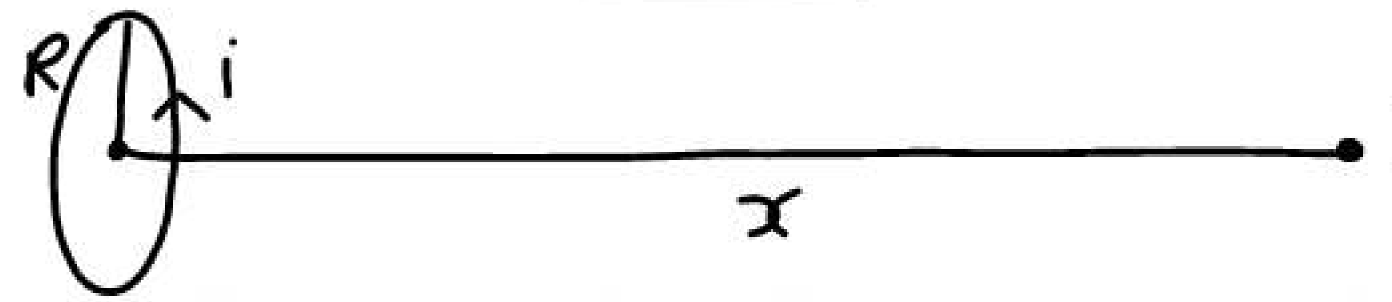
जैसा कि समीकरण (4.28) से स्पष्ट है, चुंबकीय क्षेत्र की विमाएँ $[AL^2]$ हैं तथा इसका मात्रक Am^2 है।

समीकरण (4.29) से स्पष्ट है कि जब $\mathbf{m}$ चुंबकीय क्षेत्र $\mathbf{B}$ के समांतर अथवा प्रतिसमांतर होता है तो बल आघूर्ण $\boldsymbol{\tau}$ विलुप्त हो जाता है। जब कुंडली पर बल आघूर्ण नहीं होता तो यह साम्यावस्था की ओर इंगित करता है (यह चुंबकीय आघूर्ण $\mathbf{m}$ की किसी वस्तु पर भी लागू होता है)। जब $\mathbf{m}$

4.10.2 वृत्ताकार विद्युत धारा पाश चुंबकीय द्विध्रुव (M)

इस अनुभाग में हम मौलिक चुंबकीय तत्व के रूप में किसी विद्युत धारा पाश के विषय में विचार करेंगे। हम यह दर्शाएँगे कि वृत्ताकार विद्युत धारा पाश के कारण चुंबकीय क्षेत्र (अधिक दूरियों पर) व्यवहार में वैद्युत द्विध्रुव के विद्युत क्षेत्र से बहुत कुछ समान होता है। अनुभाग 4.6 में हमने R त्रिज्या के वृत्ताकार पाश जिससे अपरिवर्ती विद्युत धारा I प्रवाहित हो रही है, के कारण पाश के अक्ष चुंबकीय क्षेत्र का मूल्यांकन किया था। इस चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण [समीकरण (4.15)],

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(x^2 + R^2\right)^{3/2}}}$$



$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}}$$

तथा इसकी दिशा अक्ष के अनुदिश थी जिसे दक्षिण हस्त अंगुष्ठ नियम द्वारा प्राप्त किया गया था (चित्र 4.12)। यहाँ पर x पाश के केंद्र से उसके अक्ष के अनुदिश दूरी है। यदि $x >> R$ है, तो हम उपरोक्त व्यंजक के हर से R^2 की उपेक्षा कर सकते हैं। इस प्रकार

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(x^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i R^2}{2\cdot(x^2)^{3/2}} = \left(\frac{\mu_0 i \pi R^2}{2\pi x^3}\right)$$

$$\left[\begin{array}{c} x >> R \\ x^2+R^2 \simeq x^2 \end{array}\right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}$$

ध्यान दीजिए, पाश का क्षेत्रफल $A = \pi R^2$, इस प्रकार

$$B = \frac{\mu_0 I A}{2\pi x^3}$$

जैसा कि पहले हमने चुंबकीय आघूर्ण **m** के परिमाण की परिभाषा **m** = I **A** के रूप में की थी

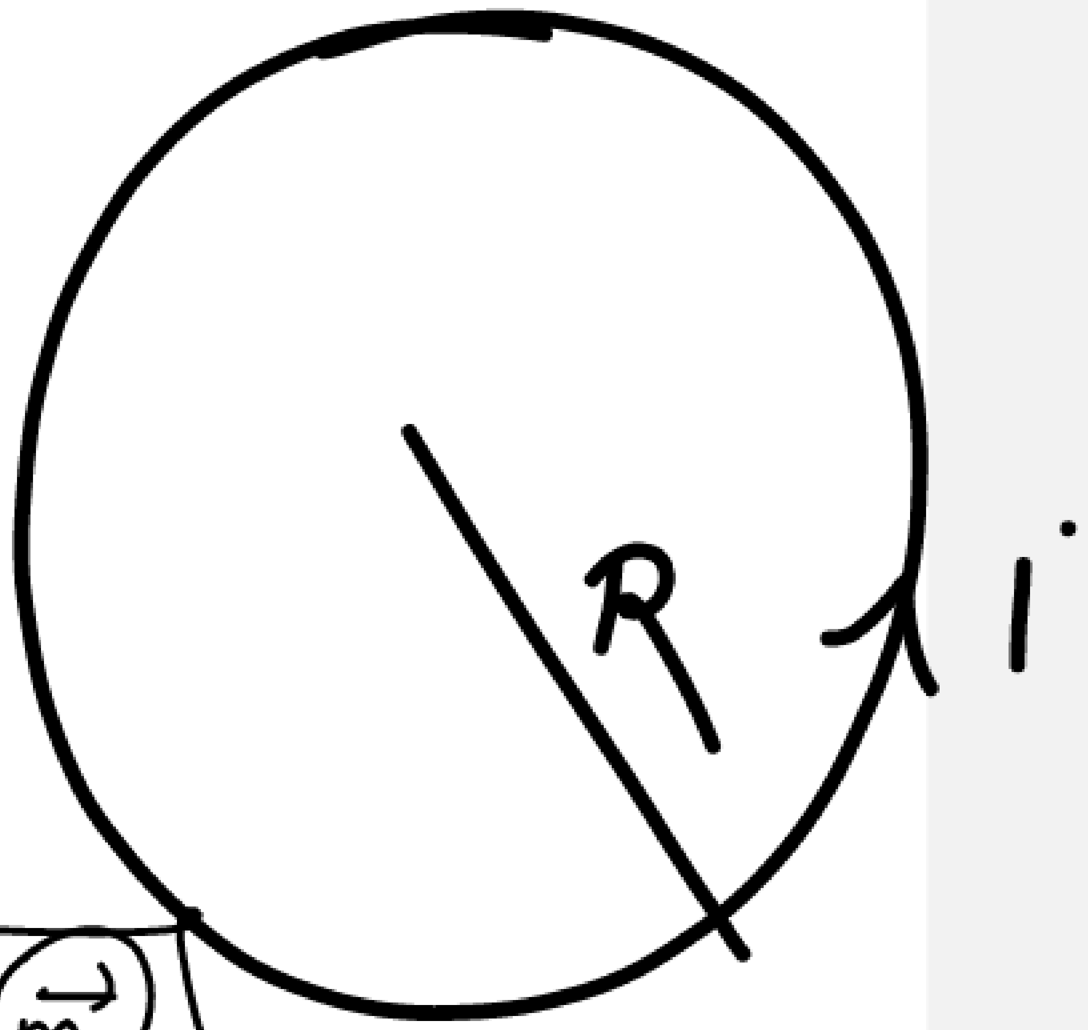
$$\mathbf{B} \simeq \frac{\mu_0 \mathbf{m}}{2\pi x^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{m}}{x^3}$$

[4.31(a)]

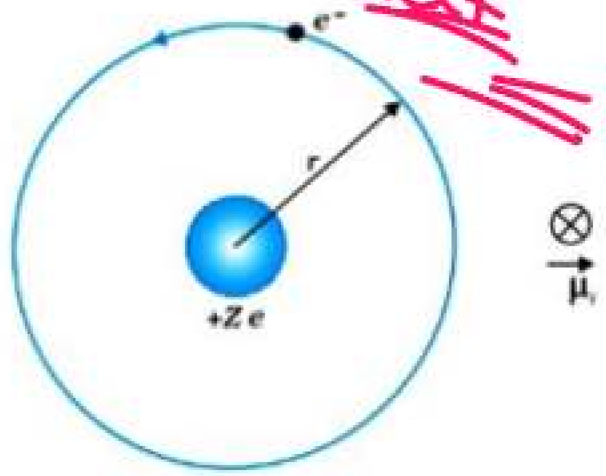
$$\boxed{\vec{B} = \frac{2\mu_0 \vec{m}}{2 \times 2\pi x^3}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 2\vec{m}}{4\pi x^3}$$



4.10.3 परिक्रमी इलेक्ट्रॉन का चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण

Next



चित्र 4.23 हाइड्रोजन जैसे परमाणुओं के बोर मॉडल में, ऋणावेश युक्त इलेक्ट्रॉन केंद्रस्थ धनावेश युक्त ($+Z\,e$) नाभिक के चारों ओर एकसमान चाल से घूम रहा है। इलेक्ट्रॉन की एकसमान वर्तुल गति एक धारा लूप बनाती है। चुंबकीय आघूर्णों की दिशा कागज़ के तल के लंबवत भीतर की ओर है तथा इसे पृथक रूप चिह्न ⊗ द्वारा निर्दिष्ट किया गया है।

अध्याय 12 में हम हाइड्रोजन परमाणु के बोर मॉडल के विषय में अध्ययन करेंगे। कदाचित आपने इस मॉडल के बारे में सुना होगा। जिसे डेनमार्क के भौतिक विज्ञानी नील बोर ने सन् 1911 में प्रस्तावित किया था और जो नए प्रकार की यांत्रिकी जिसे क्वांटम यांत्रिकी कहते हैं, के लिए मील का एक पत्थर था। बोर मॉडल में, इलेक्ट्रॉन (एक ऋणावेशित कण) किसी धनावेशित नाभिक के चारों ओर ठीक उसी प्रकार परिक्रमा करता है जिस प्रकार कोई ग्रह सूर्य की परिक्रमा करता है। इलेक्ट्रॉन के प्रकरण में बल स्थिरवैद्युत (कूलॉम बल) होता है जबकि सूर्य ग्रह प्रकरण में यह गुरुत्वाकर्षण बल होता है। चित्र 4.23 में बोर मॉडल दर्शाया गया है।

किसी स्थिर भारी नाभिक जिसका आवेश $+Ze$ है, के चारों ओर $(-e)$ आवेश का इलेक्ट्रॉन ($e = +\,1.6 \times 10^{-19}$ C) एकसमान वर्तुल गति करता रहता है। इससे विद्युत धारा I बनती है। यहाँ

$$I = \frac{e}{T} \tag{4.32}$$

यहाँ T परिक्रमण का आवर्तकाल है। यदि इलेक्ट्रॉन की कक्षा की त्रिज्या r तथा कक्षीय चाल v है, तो

$$T = \frac{2\pi r}{v} \tag{4.33}$$

समीकरण में T का मान प्रतिस्थापित करने पर $I = ev/2\pi r$

इस परिसंचारी विद्युत धारा के साथ एक चुंबकीय आघूर्ण संबद्ध होगा जिसे प्राय: μ_l द्वारा निर्दिष्ट करते हैं। समीकरण (4.28) से इसका परिमाण है $\mu_l = I\pi r^2 = evr/2$

चित्र 4.23 में इस चुंबकीय आघूर्ण की दिशा कागज़ के तल में भीतर की ओर है। [इस परिणाम पर हमें पहले वर्णन किए जा चुके दक्षिण हस्त नियम तथा इस तथ्य के आधार पर पहुंचे हैं कि ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन वामावर्त गति कर रहा है जिसके फलस्वरूप विद्युत धारा दक्षिणावर्त है।] उपरोक्त व्यंजक के दक्षिण पक्ष को इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान m_e से गुणा एवं भाग करने पर हमें प्राप्त होता है

$$\mu_l = \frac{e}{2m_e}(m_e v r)$$

$$= \frac{e}{2m_e} l \qquad [4.34(a)]$$

यहाँ, l केंद्रीय नाभिक के परित: इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग का परिमाण है। सदिश रूप में

$$\boldsymbol{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{l} \qquad [4.34(b)]$$

not to be republished © NCERT

यहाँ ऋणात्मक चिह्न यहाँ यह संकेत देता है कि इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग की दिशा चुंबकीय आघूर्ण की दिशा के विपरीत है। यदि हमने इलेक्ट्रॉन (जिस पर आवेश $-e$ है) के स्थान पर $(+q)$ आवेश का कोई कण लिया होता तो कोणीय संवेग तथा चुंबकीय आघूर्ण दोनों की एक ही दिशा होती। अनुपात

$$\frac{\mu_1}{l} = \frac{e}{2m_e} \tag{4.35}$$

इसे *घूर्ण चुंबकीय अनुपात* कहते हैं तथा यह एक नियतांक है। इलेक्ट्रॉन के लिए इस अनुपात का मान 8.8×10^{10} C /kg है जिसे प्रयोगों द्वारा सत्यापित किया जा चुका है।

यह तथ्य कि परमाण्विक स्तर तक भी चुंबकीय आघूर्ण विद्यमान है परमाण्विक आघूर्ण संबंधी ऐम्पियर की साहसपूर्ण परिकल्पना की पुष्टि करता है। ऐम्पियर के अनुसार, यह पदार्थों के चुंबकीय गुणों को भली-भाँति स्पष्ट करने में सहायक है। क्या हम उस परमाणवीय द्विध्रुव आघूर्ण को कोई निश्चित मान दे सकते हैं? इसका उत्तर है – हाँ। बोर मॉडल की परिधि में ऐसा किया जाना संभव है। बोर ने यह परिकल्पना की थी कि कोणीय संवेग एक विविक्त मानों का समुच्चय ही हो सकता है। अर्थात

$$l = \frac{nh}{2\pi} \tag{4.36}$$

http://www.citycolle

गैल्वेनोमीटर का ऐमीटर