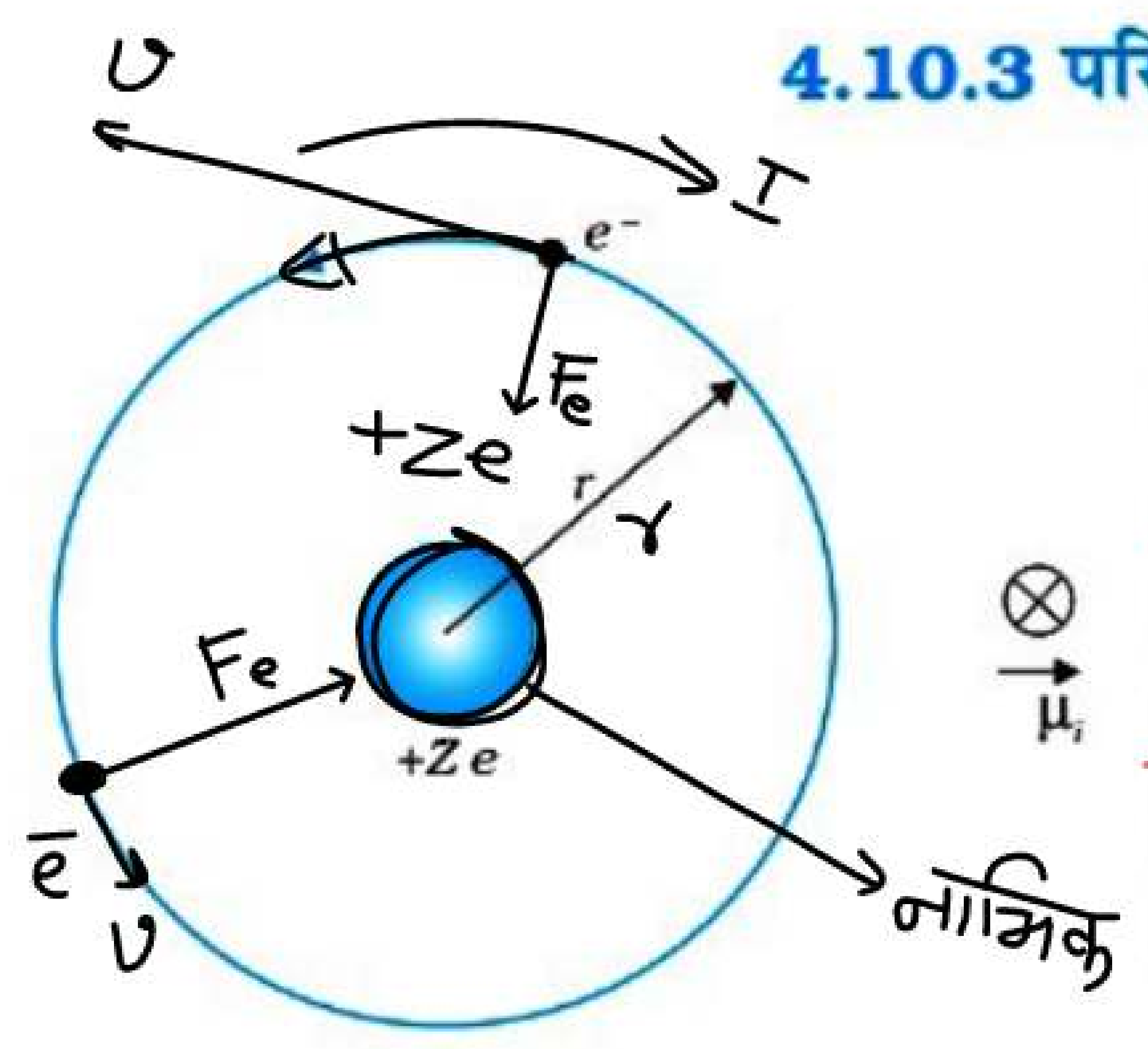
$M = IA$

4.10.3 परिक्रमी इलेक्ट्रॉन का चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण



चित्र 4.23 हाइड्रोजन जैसे परमाणुओं के बोर मॉडल में, ऋणावेश युक्त इलेक्ट्रॉन केंद्रस्थ धनावेश युक्त (+Z e) नाभिक के चारों ओर एकसमान चाल से घूम रहा है। इलेक्ट्रॉन की एकसमान वर्तुल गति एक धारा लूप बनाती है। चुंबकीय आघूर्णों की दिशा कागज़ के तल के लंबवत भीतर की ओर है तथा इसे पृथक रूप चिह्न ⊗ द्वारा निर्दिष्ट किया गया है।

अध्याय 12 में हम हाइड्रोजन परमाणु के बोर मॉडल के विषय में अध्ययन करेंगे। कदाचित आपने इस मॉडल के बारे में सुना होगा। जिसे डेनमार्क के भौतिक विज्ञानी नील बोर ने सन् 1911 में प्रस्तावित किया था और जो नए प्रकार की यांत्रिकी जिसे क्वांटम यांत्रिकी कहते हैं, के लिए मील का एक पत्थर था। बोर मॉडल में, इलेक्ट्रॉन (एक ऋणावेशित कण) किसी धनावेशित नाभिक के चारों ओर ठीक उसी प्रकार परिक्रमा करता है जिस प्रकार कोई ग्रह सूर्य की परिक्रमा करता है। इलेक्ट्रॉन के प्रकरण में बल स्थिरवैद्युत (कूलॉम बल) होता है जबकि सूर्य ग्रह प्रकरण में यह गुरुत्वाकर्षण बल होता है। चित्र 4.23 में बोर मॉडल दर्शाया गया है।

किसी स्थिर भारी नाभिक जिसका आवेश $+Ze$ है, के चारों ओर $(-e)$ आवेश का इलेक्ट्रॉन $(e = +\ 1.6 \times 10^{-19}$ C) एकसमान वर्तुल गति करता रहता है। इससे विद्युत धारा I बनती है। यहाँ

$$\boxed{I = \frac{e}{T}} \tag{4.32}$$

यहाँ T परिक्रमण का आवर्तकाल है। यदि इलेक्ट्रॉन की कक्षा की त्रिज्या r तथा कक्षीय चाल v है, तो

$$T = \frac{2\pi r}{v} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \tag{4.33}$$

$$I = \frac{e}{\frac{2\pi r}{v}} = \boxed{\frac{ev}{2\pi r}}$$

एकसमान वर्तुल गति एक धारा लूप बनाती है। चुंबकीय आघूर्णों की दिशा कागज़ के तल के लंबवत भीतर की ओर है तथा इसे पृथक रूप चिह्न ⊗ द्वारा निर्दिष्ट किया गया है।

यहाँ T परिक्रमण का आवर्तकाल है। यदि इलेक्ट्रॉन की कक्षा की त्रिज्या r तथा कक्षीय चाल v है, तो

$$T = \frac{2\pi r}{v} \qquad i = \frac{ev}{2\pi r} \tag{4.33}$$

समीकरण में T का मान प्रतिस्थापित करने पर $I = ev/2\pi r$

इस परिसंचारी विद्युत धारा के साथ एक चुंबकीय आघूर्ण संबद्ध होगा जिसे प्रायः μ_l द्वारा निर्दिष्ट करते हैं। समीकरण (4.28) से इसका परिमाण है $\mu_l = I\pi r^2 = \boxed{evr/2}$

चित्र 4.23 में इस चुंबकीय आघूर्ण की दिशा कागज़ के तल में भीतर की ओर है। [इस परिणाम पर हमें पहले वर्णन किए जा चुके दक्षिण हस्त नियम तथा इस तथ्य के आधार पर पहुंचे हैं कि ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन वामावर्त गति कर रहा है जिसके फलस्वरूप विद्युत धारा दक्षिणावर्त है।] उपरोक्त व्यंजक के दक्षिण पक्ष को इलेक्ट्रॉन के द्रव्यमान m_e से गुणा एवं भाग करने पर हमें प्राप्त होता है

चुम्बकीय आघूर्ण $(m) = iA = \frac{ev}{2\pi r} \times \pi r^2 = \frac{evr}{2}$

$(\mu)m = \frac{evr}{2}$

$$\mu = \frac{e}{2 \times m_e} m_e vr$$

$$= \frac{e}{2m_e} \times (m_e \cdot v \cdot r)$$

$l \rightarrow$ कोणिय संवेग

$$\mu_l = \frac{e}{2m_e}(m_e v r)$$

चुम्बकीय आघूर्ण

$$\mu = \frac{e}{2m_e} l \tag{4.34(a)}$$

यहाँ, l केंद्रीय नाभिक के परितः इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग का परिमाण है। सदिश रूप में

$$\boxed{\boldsymbol{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{l}} \tag{4.34(b)}$$

$$\boxed{\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{l}}$$

$\vec{\mu} \propto -\vec{l}$

$\vec{\mu} = - \frac{e}{2m} \vec{l}$ | $\boxed{\vec{\mu} = + \frac{e}{2m} \vec{l}}$

यहाँ ऋणात्मक चिह्न यहाँ यह संकेत देता है कि इलेक्ट्रॉन के कोणीय संवेग की दिशा चुंबकीय आघूर्ण की दिशा के विपरीत है। यदि हमने इलेक्ट्रॉन (जिस पर आवेश $-e$ है) के स्थान पर $(+q)$ आवेश का कोई कण लिया होता तो कोणीय संवेग तथा चुंबकीय आघूर्ण दोनों की एक ही दिशा होती। अनुपात

(C/kg)

घूर्ण चुम्बकीय अनुपात

$$\left(\frac{\mu_l}{l}\right) = \frac{e}{2m_e} \qquad \left[\mu = \frac{e}{2m} \cdot l\right] \Rightarrow \boxed{l = \frac{2m}{e}(\mu)} \tag{4.35}$$

इसे *घूर्ण चुंबकीय अनुपात* कहते हैं तथा यह एक नियतांक है। इलेक्ट्रॉन के लिए इस अनुपात का मान 8.8×10^{10} C /kg है जिसे प्रयोगों द्वारा सत्यापित किया जा चुका है।

8.8×10^{10} C/kg

यह तथ्य कि परमाण्विक स्तर तक भी चुंबकीय आघूर्ण विद्यमान है परमाण्विक आघूर्ण संबंधी ऐम्पियर की साहसपूर्ण परिकल्पना की पुष्टि करता है। ऐम्पियर के अनुसार, यह पदार्थों के चुंबकीय गुणों को भली-भाँति स्पष्ट करने में सहायक है। क्या हम उस परमाणवीय द्विध्रुव आघूर्ण को कोई निश्चित मान दे सकते हैं? इसका उत्तर है – हाँ। बोर मॉडल की परिधि में ऐसा किया जाना संभव है। बोर ने यह परिकल्पना की थी कि कोणीय संवेग एक विविक्त मानों का समुच्चय ही हो सकता है। अर्थात

$$\left(l = \frac{nh}{2\pi}\right) \qquad h = 6.62 \times 10^{-34}\ J \cdot s \tag{4.36}$$

$$l = \frac{nh}{2\pi} \Rightarrow \left(\frac{2m}{e} \cdot \mu\right) = \frac{nh}{2\pi} \Rightarrow \mu = \frac{nh}{2\pi} \times \frac{e}{2m}$$

यहाँ n एक प्राकृत संख्या, $n = 1, 2, 3, \ldots$ है तथा h एक नियतांक है जिसे वैज्ञानिक मैक्स प्लांक के नाम पर (प्लांक नियतांक) कहते हैं तथा इसका मान $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J s है। कोणीय वेग की विविक्तता संबंधी इस शर्त को *बोर क्वांटीकरण-शर्त* कहते हैं। इसके विषय में हम अध्याय 12 में विस्तार से चर्चा करेंगे। यहाँ हमारा उद्देश्य मात्र प्राथमिक द्विध्रुव आघूर्ण को परिकलित करने में इसका उपयोग करना है। $n = 1$ लेने पर समीकरण (4.34) से हमें प्राप्त होता है,

$$\boxed{\mu = \frac{eh}{4\pi m_e} = \frac{e}{4\pi m} \times h}$$

$$(\mu_l)_{\min} = \frac{e}{4\pi m_e} h$$

बोर मैग्नेटॉन

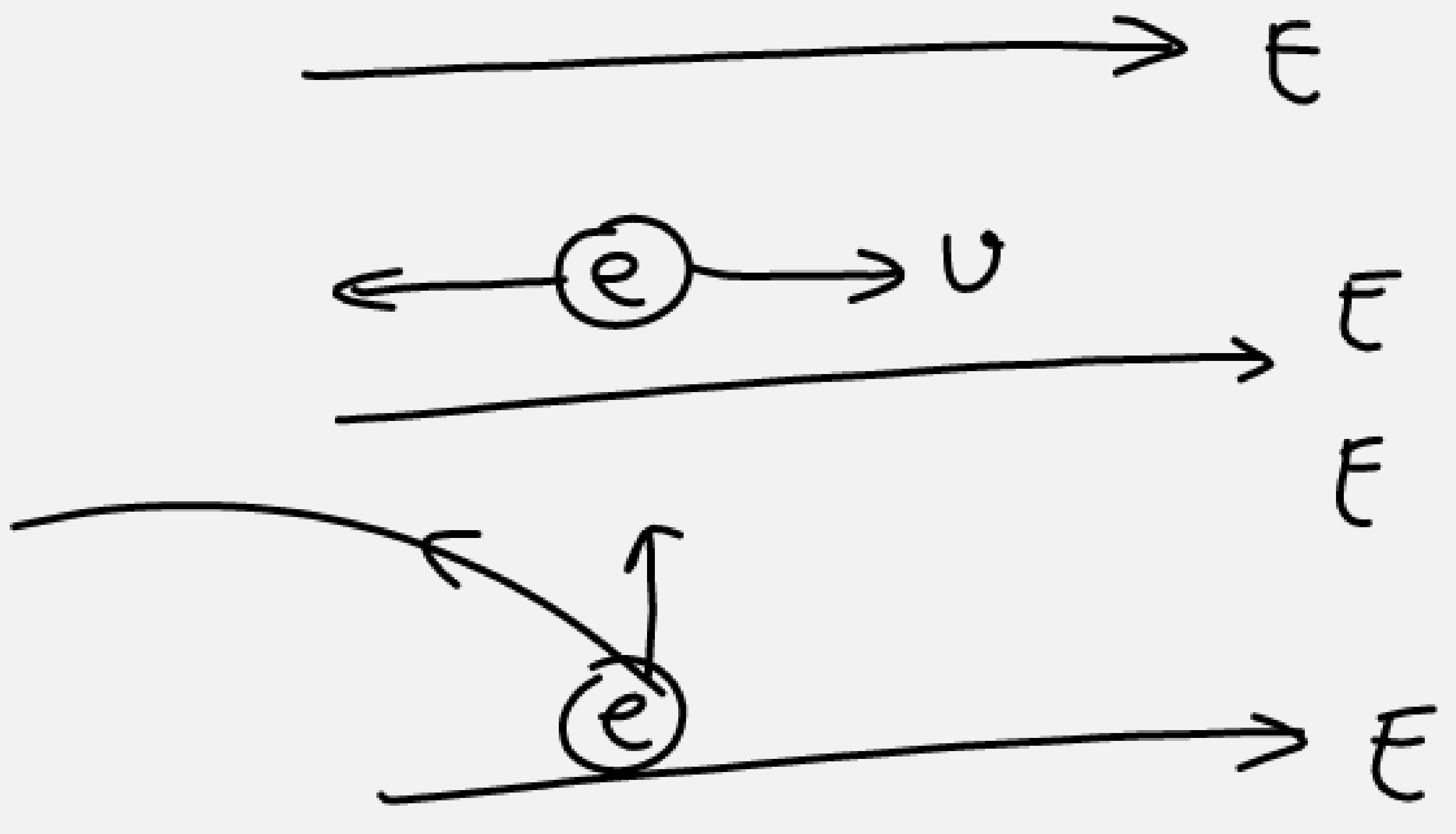
$$= \frac{1.60 \times 10^{-19} \times 6.63 \times 10^{-34}}{4 \times 3.14 \times 9.11 \times 10^{-31}}$$

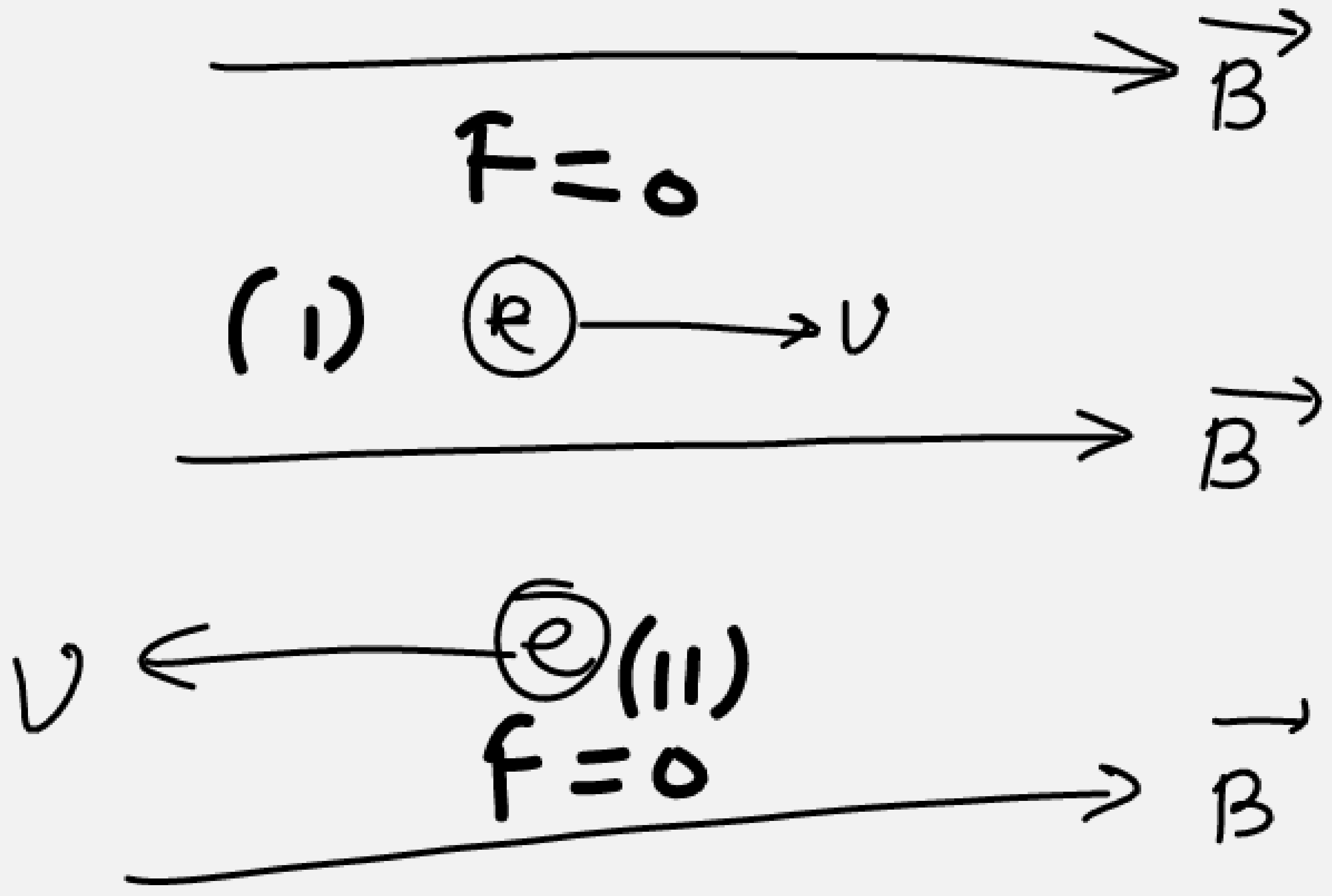
Am^2

$$= 9.27 \times 10^{-24} \text{ Am}^2 \qquad (4.37)$$

यहाँ अधोलिखित min का उपयोग न्यूनतम के लिए किया गया है। इस न्यूनतम मान को *बोर मैग्नेटॉन* कहते हैं।

Q: किसी क्षेत्र से गुजरता हुआ एक e विक्षेपित नहीं होता है, क्या यह संभव है कि वहाँ कोई चुम्बकीय क्षेत्र नहीं हो? समझाइए।





(i) $\theta = 0°$

$F_B = qvB\sin 0°$

$= 0$

(ii) $\theta = 180$

$F_B = qvB\sin 180$

$F = 0$